Institut Universitari de Matemàtiques i Aplicacions de Castelló
Universitat Jaume I

Institut de Matemàtiques i Aplicacions de Castelló (IMAC)
UNIVERSITAT JAUME I

# Jornada IMAC en Topología aplicada al Análisis

## Universitat Jaume I

## IMAC, TI1329DS, 15 de julio de 2013

# Programa

**10:00 Jesús Araujo (Universidad de Cantabria): Isometrías lineales suprayectivas entre espacios de funciones lipschitzianas con valores vectoriales.**

Estudiamos la forma general de las isometrías lineales suprayectivas entre espacios de funciones lipschitzianas con valores vectoriales $Lip(X,E)$ y $Lip(Y,F)$, donde asumimos que $X$ e $Y$ son espacios métricos (no necesariamente completos) y $E$ y $F$ son espacios normados estrictamente convexos. Más concretamente, damos respuesta a las siguientes cuestiones:

- Caracterizar los espacios base $X$ e $Y$ para los cuales todas las isometrías pueden expresarse como aplicaciones composición con peso.
- Establecer una condición independiente de los espacios base que garantice que todas las isometrías son aplicaciones composición con peso.
- Proporcionar la forma general de todas las isometrías, tanto en el caso de que sean aplicaciones composición con peso como en el caso contrario.

**11:00 Enrique Jordá (Universidad Politécnica de Valencia): Operadores de extensión de Whitney. Pérdida de diferenciabilidad.**

Dado un subconjunto $K \subseteq \mathbb{R}^d$, el espacio de funciones definidas en $K$ que son restricciones de funciones $C^\infty(\mathbb{R}^d)$ es denotado por $\mathcal{E}(K)$. Los espacios $\mathcal{E}^n(K)$ se definen análogamente como los espacios de restricciones de funciones en $C^n(\mathbb{R}^d)$. Para $n \in \mathbb{N}$ o $n = \infty$ Whitney definió los *jets* $(f^{(\alpha)})_{\alpha \in \mathbb{R}^d}$ como las familias de funciones continuas en $K$ que satisfacen las condiciones del Teorema de Taylor. También definió en estos espacios seminormas naturales $\|\cdot\|_n$ y probó que $(f^{(\alpha)})_{\alpha \in \mathbb{N}_0^d} \in \mathcal{E}^n(K)$ si y solo si $f^{(0)}$ admite una extensión en $C^n(\mathbb{R}^d)$. Además demostró que, si $n$ es finito, entonces existen operadores de extensión lineales y continuos $E_n : \mathcal{E}^n(K) \to C^n(\mathbb{R}^d)$, donde $\mathcal{E}^n(K)$ es un espacio de Banach dotado de la topología de la norma $\|\cdot\|_n$ definida por Whitney. El resultado no es cierto para $\mathcal{E}(K)$ (jets de orden infinito). Es fácil demostrar que si $K$ es un conjunto finito entonces $\mathcal{E}(K)$ no admite operador de extensión. Tidten dio ejemplos de compactos perfectos $K \subseteq \mathbb{R}^d$ tales que $\mathcal{E}(K)$ no admite operador de extensión. Los resultados que vamos a presentar caracterizan mediante propiedades geométricas los subconjuntos compactos $K \subseteq \mathbb{R}^d$ tales que existe un operador lineal de continuo $E_n : C(K) \to C_0(\mathbb{R}^d)$ cumpliendo que:

a) Existe un $s \in \mathrm{N}$, s > 1, tal que la restricción $\mathrm{E}_{\mathrm{sn}} = \mathrm{E}|_{\mathcal{E}^{\mathrm{sn}}(\mathrm{K})}$ cumple que $\mathrm{E}_{\mathrm{sn}}(\mathcal{E}^{\mathrm{sn}}(\mathrm{K})) \subset C^{\mathrm{n}}(\mathbb{R}^{\mathrm{d}})$ siendo el operador $\mathrm{E}_{\mathrm{sn}}$ continuo si lo consideramos con valores en $C^{\mathrm{n}}(\mathbb{R}^{\mathrm{d}})$ (operadores de extensión con pérdida lineal de diferenciabilidad).
b) $\mathrm{E}: \mathcal{E}^{\mathrm{n}}(\mathrm{K}) \to C^{\mathrm{n}}(\mathbb{R}^{\mathrm{d}})$ es continuo para cada $n \in \mathbb{N}$ (operadores de extensión sin pérdida de diferenciabilidad).

La caracterización es en función del cumplimiento de ciertas desigualdades locales de Markov en el sentido de las introducidas por Jonsson, Sjögren y Wallin en 1984.
Los resultados forman parte de dos trabajos, ambos en conjunto con L. Frerick y J. Wengenroth.

**12:30 José Orihuela (Universidad de Murcia): Compacidad, Optimización, Riesgo y Mercados**

Propongo un paseo, junto a R.C. James, para analizar logros recientes en compacidad débil de espacios de Banach con aplicaciones a la optimización, el análisis convexo y la matemática financiera. Por ejemplo mostramos que fuera de los espacios reflexivos problemas de optimización como la minimización de la integral de Dirichlet no tengan siempre solución, el que las medidas de riesgo financiero verifiquen el teorema de convergencia dominada de Lebesgue si, y solo si, su función de penalización tiene conjuntos de nivel débilmente compactos y como el rango de la subdiferencial de una función convexa delimita sus propiedades de semicontinuidad inferior.